Trường ĐH Sư phạm Kỹ thuật Tp.HCM
KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG
BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI CUỐI KỲ ***HỌC KỲ II NĂM HỌC 2017-2018***
MÔN: ***TOÁN CHO KỸ SƯ***
Mã môn học: **MATH131901** *Thời gian* : 90 phút (11/ 6/2018)
Đề thi **gồm 02 trang** ***Được phép sử dụng tài liệu***

Câu 1 (1,5 *điểm*) Anh/Chị hãy nêu tên các cách giải hệ phương trình tuyến tính (chỉ nêu tên mà không cần trình bày cách giải). Giải và biện luận hệ phương trình sau tuyến tính sau.

$$\begin{cases} x & +2y & +z & = & 1 \\ x & +3y & +mz & = & 3 \\ 2x & +4y & +(m+1)z & = & 3-m \end{cases} \quad \text{(m là tham số)}$$

Câu 2 (1,5 *điểm*) (***Resale value problem***) Giá trị bán lại $r(t)$ của một máy sau t năm sẽ giảm với tốc độ tỷ lệ với hiệu giữa giá trị hiện tại và giá trị phế liệu của máy. Tức là, nếu S là giá trị phế liệu của máy thì $r(t)$ thỏa phương trình

$$\frac{dr}{dt} = -k(r-S) \text{ , với } k = const > 0 \text{ là hằng số tỷ lệ}$$

Giải phương trình xác định $r(t)$ biết giá trị mua mới của máy là \$60.000, giá trị 6 năm sau là \$10.000 và giá trị phế liệu S = \$1000.

Câu 3 (*1,5 điểm*) Áp dụng phép biến đổi Laplace giải hệ phương trình vi phân

$$\begin{cases} x' - 7y = e^{-2t} \\ x + y' + 8y = 5 \end{cases} \text{, với điều kiện } x(0) = 0, \quad y(0) = 0$$

Câu 4 (*2 điểm*) (**Mô hình dao động**)

Áp dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình vi phân

$$y'' + 9y' + 8y = 6 + e^{-t} + \cos 2t \text{ với điều kiện } y(0) = 0 \text{ và } y'(0) = 0$$

Chứng tỏ rằng sau khoảng thời gian t đủ lớn nghiệm của phương trình vi phân, $y(t)$, biểu diễn xấp xỉ một dao động điều hòa theo thời gian t. Xác định vị trí cân bằng và biên độ dao động này.

Câu 5 (*2 điểm*) **(Mô hình tăng trưởng logictic có thu hoạch-Logictic growth with harvesting)**

Bạn tham gia vào một dự án trồng, chăm sóc, bảo tồn, phát triển khai thác bền vững một khu rừng. Giả sử lượng rừng (tạm sử dụng đơn vị là: đơn vị rừng) ở thời điểm t (đơn vị tính là năm) được xấp xỉ bởi hàm $y(t)$, thỏa phương trình vi phân logistic có thu hoạch

$$y'(t) = ky(8-y) - H(t)$$

trong đó $k = const > 0$ là hằng số tỷ lệ, $H(t)$ là tốc độ thu hoạch.

Giải phương trình tìm $y(t)$ biết: $k = 0.025$, $y(0) = 6$ (tại thời điểm bắt đầu dự án có 6 đơn vị rừng), $H(t) = 0.2$ (tốc độ khai thác liên tục hàng năm là 0.2 đơn vị rừng). Lượng rừng sẽ xấp xỉ bao nhiêu sau khoảng thời gian t đủ lớn?

Câu 6 (*1,5 điểm*) **(Mô hình dân số Thế Giới)**

Dân số Thế giới sau t năm tính từ năm 2018 là $p(t)$, đơn vị tính tỷ người, được xấp xỉ bởi mô hình logistic thỏa phương trình vi phân

$\frac{dp}{dt} = 0.02p(1 - \frac{1}{16}p)$ với $p(0) = 7{,}62$ (tức là, năm 2018 dân số Thế Giới là $7{,}62$ tỷ người-"6/2018")

a) Dựa theo mô hình trên, hãy xác định tốc độ tăng dân số của Thế giới năm 2018.

b) Lần lượt áp dụng phương pháp Euler và phương pháp Euler cải tiến với $h = 1$, *ước tính* dân số Thế giới năm 2025. (trình bày bằng cách tính và viết vào bảng như sau)

Năm	t	Giá trị gần đúng theo phương pháp Euler (Euler's Method)	Giá trị gần đúng theo phương pháp Euler cải tiến (Improved Euler's Method)
2018 2019 ⋮ 2025	0 1 ⋮	……	……

❖ ***Ghi chú*** **:** *Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.*

CHUẨN ĐẦU RA

Nội dung kiểm tra	**Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)**
Câu 1: Nắm vững phép toán ma trận và các cách giải hệ phương trình tuyến tính.	G1: 1.1, 1.2 G2:2.1.3, 2.1.4 , 2.4.2,2.6;2.7
Câu 2, 3, 4, 5: Nhận dạng được các bài toán trong thực tế được mô hình bởi phương trình hoặc hệ phương trình vi phân. Giải được phương trình, hệ phương trình vi phân và hiểu được ý nghĩa các kết quả tìm được.	G1: 1.1, 1.2, G2:2.1,2.3 2.4.2, 2.4.3, 2.4.4, 2.4.6
Câu 6: Giải gần đúng phương trình vi phân bằng phương pháp số và ứng dụng vào thực tế.	G1: 1.1; G2:2,2.1,2.3 G2:2.1, 2.1.2, 2.4.2

Ngày 8 tháng 6 năm 2018
Thông qua Bộ môn Toán